

Problem Set 16: 偏序与偏序格

提交截止时间: 4 月 29 日 10:00

Problem 1

下面哪些是偏序集?

(a) $(\mathbb{Z}, =)$

(b) (\mathbb{Z}, \neq)

(c) (\mathbb{Z}, \geq)

(d) (\mathbb{Z}, \uparrow)

Problem 2

对偏序集

$$(\{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}, \subseteq),$$

回答下述问题.

- a) 求极大元素.
- b) 求极小元素.
- c) 存在最大元素吗? 如果存在请求出.
- d) 存在最小元素吗? 如果存在请求出.
- e) 求 $\{\{2\}, \{4\}\}$ 的所有上界.
- f) 如果存在的话, 求 $\{\{2\}, \{4\}\}$ 的最小上界.
- g) 求 $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ 的所有下界.
- h) 如果存在的话, 求 $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ 的最大下界.

Problem 3

已知 A 是由 54 的所有因子组成的集合, 设 $|$ 为 A 上的整除关系, 画出偏序集 $(A, |)$ 的哈斯图.

Problem 4

下图给出了 6 个偏序集的哈斯图. 判断其中哪些是格. 如果不是格, 请说明理由.

